# דוגמה - הגרלה

*X = המשתנה המקרי השווה לסכום הזכיה. מה הערך ההוגן של כרטיס?(כלומר המחיר שאם נחרוג ממנו יותר מדי זה לא יהיה שווה לאחד הצדדים)*

*המחיר ההוגן:*

## דוגמה פשוטה

אפשר להרוויח בסיכוי :   
להפסיד בסיכוי : מחיר הכרטיס=1  
הפרס=.

חישוב תוחלת

# דוגמה

מסדרים n אנשים בטור באקראי. כל אחד מתבקש להרים את היד אם הוא גבוה יותר מאלה שהוא רואה(כלומר מאלה שלפניו בטור). כמה ידיים מורמות(=X), בתוחלת?

## פתרון

נסמן ב את המשתנה המציין "האדם בגובה i מרים את ידו".

מה הסיכוי שהאדם בגובה i ירים את היד? יש אנשים גבוהים ממנו, שצריכים להיות אחריו, ולכן  
אם משתנה מקבל רק 0,1, אז התוחלת שלו זה הסיכוי שהוא יהיה 1.

# טענה

משתנה מקרי. – איחוד זר של מאורעות. התוחלת של X היא:

## הוכחה

# משפט

יהיו X,Y מ"מ, אזי

### הערה

זה בעצם משפחה של משתנים מקריים מהצורה   
 היא פונקציה של Y:   
אם נכתוב על מה מחשבים כל תוחלת, המשפט הוא

## דוגמה

אדם מטיל מטבע. אם יוצא לו 0 הוא רושם 0 על הדף, אחרת הוא מטיל עוד מטבע ורושם את התוצאה שלו על הדף.  
Y – "מטבע",   
מגדירים משתנה מקרי X:  
אם אז . אם אז X="מטבע". כלומר:   
מה התוחלת של X?

# מסקנה

נניח שX,Y ב"ת.

# הגדרה

אם אומרים שX,Y "בלתי מתואמים".

# דוגמה מהחיים

מפעל הפיס מוכר כרטיסי חישגד לגירוד וזכיה במקום. היתה תביעה שמפעל הפיס צריך לסגור דוכן ברגע שמישהו זוכה בפרס הגדול, כדי לא לרמות את האנשים.

נניח שבכל סדרה יש כרטיס אחד עם פרס גדול וכל השאר ריקים:

1=מחיר הכרטיס  
n=מספר הכרטיסים בסדרה  
פרס אחד, כל השאר=0

X=המקום הסידורי של הכרטיס הזוכה.  
אם מפסיקים למכור ברגע הזכייה, גובים רק X שקלים. מה המחיר ההוגן לפי השיטה הזו?  
לכן מפעל הפיס פשוט יכפיל את המחיר או יחלק את הפרס ב2.

אבל, אם מוכרים כל כרטיס במחיר הוגן, מחירו של כרטיס i יהיה . מה תוחלת ההכנסות?

נסמן ב את ההכנסות מכרטיס i.

*לכן לפי השיטה הזו מפעל הפיס מרוויח n.*

שונות של משתנה מקרי

# הגדרה

השונות של מ"מ X:

## הערה

### הוכחה

נסמן

# תכונות של השונות

אם אז , ו ⬄

1. כי זו תוחלת של מ"מ חיובי.  
    ⬄ בהסתברות 1
2. , קבוע.

# הגדרה

שונות משותפת של X וY:

## הערות

⬄ ⬄ X,Y בלתי מתואמים

# משפט(חוק פירוק השונות)

## הוכחה

# דוגמה

נחשב את השונות של X מהדוגמה של המטבעות